Ministerul Educaţiei Naţionale Universitatea Maritimă Constanţa

Fundaţia Traian Lalescu

Concursul Naţional Studenţesc de Matematică “Traian Lalescu”

Constanţa 4-6 Mai 2017

Secţiunea D

1. Să se rezolve problema Cauchy:

$$\begin{cases} x_1'' = x_2 + x_3 + \cdots + x_n \\ x_2'' = x_1 + x_3 + \cdots + x_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n'' = x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1} \end{cases} \qquad x_k \epsilon C^2(\mathbb{R}),$$
$$x_k(0) = k, x_k'(0) = \frac{1}{2}(n-1)^{\frac{3}{2}},\ k = \overline{1,n}.$$

2. a) Calculaţi:

$$\int_{|z|=1} \frac{(z+1)^n}{z^{k+1}} dz, k, n \in N, \qquad n \geq 2, 0 \leq k \leq n.$$

b) Calculaţi:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n} C_{2n}^n.$$

3. Să se calculeze transformata Fourier pentru:

$$f(t) = \frac{sin^2 \frac{3t}{2}}{t^2}.$$

4. Fie $y \in C^2(0,\infty)$ astfel ca $y, y' şi\ y"$ sunt funcţii original pentru care $y(0+)$ şi $y'(0+)$ sunt finite. Fie $f: (0,\infty) \to \mathbb{R}$ definită prin

$$f(t) = 2ty"(t) + y'(t) + 2y(t)$$

şi $F = \mathcal{L}\{f\}$.

a) Să se calculeze F dacă $y(t) = \sin(2\sqrt{t}), \forall t > 0$.

b) Să se găsească y pentru care F este funcţie constantă.

Timp de lucru: 4 ore