

NUMERE COMPLEXE

- 1) Determinați $z \in \mathbf{C}$ astfel încât $\operatorname{Im}\left(\frac{z-i}{z+i}\right) = 0$.
- 2) Determinați modulul și argumentul numerelor: a) $\ln(-e)$, b) $\ln(i + \sqrt{3})$,
c) $z = \ln\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$, d) $z = (1+i)^{1+i}$, e) $z = -2i$.
- 3) Determinați modulul și conjugatul numărului $z = \frac{1}{\sqrt{14}} + \frac{1}{\sqrt{36}}i$.
- 4) Determinați forma trigonometrică pentru a) $z = 1+i$, b) $z = \frac{1}{2} + i\frac{1}{3}$.
- 5) Calculați numărul $N = (1+i \cdot \sqrt{3})^{1-i}$, punând numărul acesta sub formă algebrică.
- 6) Să se aducă la forma algebrică numerele complexe: a) $z = (\sin i)^3$, b) $z = (\cos i)^2$,
c) $z = \operatorname{ch}(2-i)$, d) $z = \operatorname{ctg}\left(\ln 2 + i \cdot \frac{\pi}{3}\right)$, e) $z = \frac{2+i}{1-i}$, f) $z = (1+i)^{-i}$.
- 7) Calculați suma seriei $S = \sum_{k=1}^{\infty} \rho^k \cdot \cos k(\theta - \varphi)$, $|\rho| < 1$.
- 8) Rezolvați ecuațiile: a) $\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^n = -1$, $z \in \mathbf{C}$, b) $\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^n = -1-i$, $z \in \mathbf{C}$,
c) $\cos z = 5$, d) $\operatorname{tg} z = \frac{5i}{3}$.
- 9) Determinați mulțimea punctelor $z \in \mathbf{C}$ pentru care $\left|\frac{z-1}{z-2}\right| = 1$.
- 10) Ce reprezintă mulțimea soluțiilor ecuației $|z-2i| + |z+4i| = 10$?
- 11) Să se determine punctele fixe ale funcției $f(z) = \frac{2-iz}{z+i}$, cu $z \in \mathbf{C}$, $z \neq -i$.
- 12) Să se arate că $f: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(z) = 2z + \sqrt{z\bar{z}}$ este bijectivă și să se determine inversa sa.
- 13) Să se determine mulțimea punctelor din plan pentru care: a) $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 1$,
 $z = x + i \cdot y$, $x, y \in \mathbf{R}$, b) $|z-a| + |z-b| = c$, c) $\left|\frac{1-z}{1+\bar{z}}\right| > 3$.
- 15) Determinați mulțimea punctelor $z \in \mathbf{C}$, pentru care $0 \leq \arg z < \frac{\pi}{3}$.
- 16) Determinați valorile întregi ale lui n pentru care $z_1 = (1+i)^n$, $z_2 = (\sqrt{3}+i)^n$
a) sunt reale,
b) sunt pur imaginare.

FUNCȚII COMPLEXE DE VARIABILĂ REALĂ

1) Să se construiască suportul diagramelor funcțiilor:

$$\text{a) } z(t) = \frac{1}{1+jt}, \quad \text{b) } z(t) = \frac{1+jt}{1-jt}.$$

2) Să se construiască suportul diagramei funcției $z(t) = \frac{1+jt}{1-jt}$ și să se etaloneze această diagramă.

3) Să se construiască suportul diagramei funcției

$$z(t) = 1 - i + \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i\frac{\pi}{12}t} \quad \text{și să se etaloneze această diagramă.}$$

4) Fie $z = (1 - j\sqrt{3})^n$.

a) Determinați valorile întregi ale lui n pentru care puterea este reală.

b) Determinați valorile întregi ale lui n pentru care puterea este imaginară.

5) Ce curbă va descrie imaginea lui $z = x + jy$, dacă $\left| \frac{x + jy - j}{x + jy + j} \right| = k, \quad k \in \mathbf{R}_+^* ?$

6) Ce curbă va descrie imaginea lui $z = x + iy$, dacă $\left| \frac{z - i}{z + i} \right| = k, \quad k \in \mathbf{R}_+^* ?$

7) Ce curbă va descrie imaginea lui $z = x + iy$, dacă $\frac{1}{z}$ are partea reală constantă ?

8) Fie $|a| < 1$. Să se afle mulțimea punctelor z din planul complex pentru care

$$\left| \frac{z - a}{1 - \bar{a}z} \right| < 1.$$

9) Fie $z = \frac{m+i}{m-i}, \quad m \in \mathbf{R}$. Care este locul geometric al numărului z ?

10) Fie $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{a}, \quad a \in \mathbf{R}, \quad a \neq 0$ Care este locul geometric al numărului z ?

11) Fie $z = x + iy, \quad z_0 = 2 + i \cdot 3$. Determinați mulțimea punctelor $M(x, y)$ din plan pentru care $r = |z - z_0|$ verifică pe rând relațiile: $r = 1$; $r > 1$; $r < 1$.

12) Pentru $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$, să se demonstreze egalitatea: $|z_1|^2 + |z_2|^2 = |z_1 - z_2|^2 + z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2$.

13) Arătați că în $\mathbf{C}$ au loc relațiile: a) $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) + |z_2|^2$,

$$\text{b) } |z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 - 2 \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) + |z_2|^2.$$

14) Calculați: $z \cdot \bar{z} + \bar{z} - z^2 + \operatorname{Re} \bar{z}$.

15) Arătați că în $\mathbf{C}$ are loc relația:

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \quad (\text{regula paralelogramului})$$

16) Pentru $z_1 = x_1 + iy_1$, $z_2 = x_2 + iy_2$ să se demonstreze identitatea în $\mathbf{C}$:

$$|1 + z_1 \overline{z_2}|^2 + |z_1 - z_2|^2 = (1 + |z_1|^2)(1 + |z_2|^2).$$

17) Să se demonstreze egalitatea: $|1 - z_1 \overline{z_2}|^2 - |z_1 - z_2|^2 = (1 - |z_1|^2)(1 - |z_2|^2).$

18) Dacă $|z_i| = r$, $i = \overline{1, n}$, $n \geq 2$, atunci: a) $E = \frac{(z_1 + z_2)(z_2 + z_3) \dots (z_n + z_1)}{z_1 z_2 \dots z_n} \in \mathbf{R}$,

b) $F = (z_1 + \overline{z_2})(z_2 + \overline{z_3}) \dots (z_n + \overline{z_1}) \in \mathbf{R}.$

19) Se dau numerele complexe $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 4 + i$, $z_3 = 5 + i$, $z_4 = 6 + ai$, $a \in \mathbf{R}$. Să se determine a astfel încât $\arg z_1 + \arg z_2 + \arg z_3 + \arg z_4 = \frac{\pi}{2}$.

20) Utilizând faptul că $e^z = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n$, arătați că $|e^z| = e^x$ și $\arg e^z = y$, $z = x + iy$.

FUNCȚII COMPLEXE DE VARIABILĂ COMPLEXĂ

1) Pentru funcția $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $f(z) = z^4 + z \cdot \overline{z} - 2z + 3\overline{z}$ să se determine punctele în care este monogenă și apoi să se scrie derivata funcției în acest punct.

2) Stabiliți domeniul de olomorfie al funcțiilor: a) $f(z) = \ln z$, $z > 0$, $z \in \mathbf{C}$,

b) $f(z) = \frac{1}{z}$, $z \in \mathbf{C}^*$, c) $f(z) = \frac{1}{\overline{z}}$.

3) Demonstrați că funcția $u(x, y) = (e^x - e^{-x}) \cos y$ poate fi parte imaginară a unei funcții $f(z)$ olomorfe.

4) a) Demonstrați că funcția $u(x, y) = x^2 - y^2$ poate fi parte reală a unei funcții $f(z)$ olomorfe.

b) Determinați funcția $f(z)$ știind că $u(x, y) = x^2 - y^2$, $f(0) = 0$.

5) Să se determine funcția monogenă $f = u + i \cdot v$ știind că:

a) $u + v = x^2 - y^2 + 2xy$ și $f(0) = 0$.

b) $2u + 3v = x^2 - y^2$ și $f(0) = 0$.

c) $\frac{v}{u} = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$ și $f(1) = 1$.

d) $u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ și $f(1) = 1$, $f : \mathbf{C}^* \rightarrow \mathbf{C}$.

6) Fie funcția $u(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$. Demonstrați existența unei funcții $f(z)$ monogene pe un domeniu D și stabiliți expresia funcției respective.

7) Să se determine funcția olomorfa a cărei parte reală este $P(x, y) = \varphi(x^2 + y^2)$.

8) Fie funcția $f(z) = u(x, y) + j \cdot v(x, y)$ monogenă pe domeniul mărginit $D_2 \subset \mathbf{R}^2$.

Demonstrați că:

a) funcția $\varphi(x, y) = (e^{v(x, y)} - e^{-v(x, y)}) \cdot \sin u(x, y)$ este funcție armonică în domeniul D_2 ; b) funcția $F(z) = e^{v(x, y)}(\cos u(x, y) - i \sin u(x, y))$ este funcție monogenă în domeniul D_2 .

SINGULARITĂȚI

1) Studiați singularitățile funcției de mai jos și natura punctului de la ∞ :

a) $f(z) = \sqrt{z^2 - 1}$, b) $f(z) = \frac{z+2}{z^3(z^2+4)(z-3)^4}$, c) $f(z) = \frac{z^3}{1-z^3}$, d) $f(z) = \frac{z^4+3}{(z^2+1)\sqrt[3]{z}}$,

e) $f(z) = \frac{z^2-1}{(z^2+1)^3}$, f) $f(z) = \sqrt{z-i} + \sqrt{z+i}$, g) $f(z) = \ln \frac{z-1}{z+1}$, h) $f(z) = \frac{(z^4+2)^2}{z^3+1}$,

i) $f(z) = \frac{z}{(z^2+1)^3(z+2i)^2(z^2+3z-4)^4}$, j) $f(z) = \frac{2z^4+5z+1}{(z^2-6z+8)^2}$, k) $f(z) = \frac{z^2-1}{z(z^2+1)^3}$.

2) Stabiliți singularitățile funcției: a) $f(x) = \sqrt{z^2 - 1}$, b) $f(x) = \ln \frac{z^2}{z^2+1}$, c) $f(x) = \frac{1}{z+3}$,

d) $f(z) = \frac{1}{(z^2+4)(z-1)^3}$, e) $f(z) = \frac{z}{(z^2+4z+3)(z^2-4)}$, f) $f(z) = \sqrt{z^2-1}$,

g) $f(z) = \ln \frac{z+1}{z-2}$, h) $f(z) = \frac{z+1}{z^2(z-3)^4(z+1)^3}$, i) $f(z) = \frac{2z+1}{z^4+3z^3-4z^2}$,

j) $f(z) = \frac{z^3}{1-z^3}$, k) $f(z) = \frac{z^2+1}{(z^2+4)^3}$, l) $f(z) = \frac{z^2-1}{z(z^2+1)^3}$, m) $f(z) = \frac{2z^4+5z}{(z^2-6z+8)^2}$,

n) $f(z) = \ln(z^2-1)$, o) $f(z) = \sqrt{z-i} + \sqrt{z+i}$.

3) Fie funcția $f(z) = \frac{z^4+3}{(z^2+1)\sqrt[3]{z}}$.

a) Determinați singularitățile funcției și studiați comportarea ei în punctul $z = \infty$.

b) Dați procedee de uniformizare (determinarea ramurilor funcției).

c) Determinați un domeniu în care ramurile funcției sunt olomorfe.

d) Scrieți expresiile ramurilor și determinați acea ramură a funcției pentru care $f(-1) = -2$.

e) Calculați valorile ramurii de la punctul d) în punctele $z_1 = 2i$, $z_2 = -2$, $z_3 = -2i$, $z_4 = 1$.

4) Fie funcția $f(z) = \ln(z^2+1)$.

a) Determinați singularitățile funcției.

b) Dați procedee de uniformizare (determinați ramurile funcției).

c) Determinați ramura principală a funcției (i.e. $f_1(z)$).

d) Calculați valorile funcției de la punctul c) în punctele $z_1 = 2+i$, $z_2 = 2i$.

SERII ÎN COMPLEX

1) Determinați raza de convergență a seriei $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^2}$ și studiați comportarea seriei pe cercul de convergență.

2) Aflați razele de convergență ale seriilor:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n}{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)} \cdot z^n$, b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!} \cdot z^n$, c) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot z^n$.

3) Arătați că: a) $f_1(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot z^{n-1} = \frac{1}{(1-z)^2}$, b) $f_2(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot z^n = \frac{z(1+z)}{(1-z)^3}$.

4) Scrieți seriile Taylor în jurul punctelor indicate: a) $f(z) = \frac{z+3}{z^2-8z+15}$, $z=4$,

b) $f(z) = \frac{z-1}{z-2}$, $z=0$ și $z=i$, c) $f(z) = (1+z)^{\frac{1}{z}}$, $z=0$,

d) $f(z) = \frac{z^2+4z+1}{-z^3-2z^2+z+2}$, $z=1$, $z=-1$ și $z=2$.

5) Să se dezvolte în serie în jurul punctului $z=1$, funcția $f(z) = \sin \frac{z}{z-1}$.

6) Să se dezvolte în serie de puteri ale lui z funcția $f(z) = \frac{1}{z^3-6z^2+11z-6}$ în următoarele domenii: a) $|z| < 1$, b) $|z| \in (1, 2)$, c) $|z| \in (2, 3)$, d) $|z| > 2$.

7) Să se dezvolte în serie de puteri ale lui z funcția $f(z) = \frac{1}{z^2-3z+2}$ în următoarele domenii: a) $|z| < 1$, b) $1 < |z| < 2$, c) $|z| > 2$.

8) Fie $f(z) = \frac{2z-1}{z^2-z-6}$. Dezvoltați după puterile lui z în domeniile: a) $|z| < 2$,

b) $2 < |z| < 3$, c) $|z| > 3$.

TEOREMA LUI CAUCHY. TEOREMA REZIDUURILOR

1) Calculați folosind Teorema lui Cauchy: a) $\int_C \frac{z+1}{z-1} dz$, $C: |z|=2$,

b) $\int_C \frac{dz}{z+a}$, $C: |z|=R$, $R \neq a$, $a > 0$, c) $\int_C \frac{1}{z-2} dz$, $C: |z|=3$,

d) $\int_C \frac{1}{z^2 + 1} dz$, $C: |z| = R$, $R \neq 1$, e) $\int_C \frac{e^{z^2}}{z^2 - 4z} dz$, $C: |z - 2| = 5$,
 f) $\int_C \frac{1}{z(z+2)} dz$, $C: x^2 + 2x + y^2 = 5$, g) $\int_C \frac{z}{(z-1)^2(z^2+4)} dz$, $C: x^2 + \frac{9}{4}y^2 - 9 = 0$,
 h) $\int_C \frac{z^2 + 2z}{(z+i)^3} dz$, $C: 9x^2 + y^2 - 9 = 0$, i) $\int_C \frac{z+2}{z(z+1)(z-2i)} dz$, $C: |z-2| = 1$.

3) Calculați reziduul funcției $f(z) = \frac{e^z + \sin z}{z^3}$ în punctul $z = 0$.

4) Calculați $I = \oint_{C^+} \frac{dz}{z(z^2 + a^2)^2}$, unde $a > 0$, (C) - cerc de ecuație $|z| = R > a$.

5) Calculați $I = \oint_{|z|=R} \frac{dz}{z^n + 1}$, $R > 1$.

6) Calculați folosind Teorema reziduurilor:

a) $I = \int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx$, b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2 + a^2)^2} dx$, unde $a > 0$, c) $I = \int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^3}$,

d) $I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 4 \sin x} dx$, e) $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5 - 4 \sin \theta}$, f) $I = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin x \cdot \sin nx}{5 - 4 \cos x} dx$,

g) $I = \int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 - \cos^2 x}$.

• Calculați folosind Teorema lui Cauchy sau Teorema reziduurilor:

7) $\int_C \frac{dz}{z^2(z-3)(z+1)}$, a) $C: |z| = \frac{1}{2}$; b) $C: |z| = \pi$.

8) $\int_C \frac{dz}{(z+1)^2(z+2)(z^2+1)}$, a) $C: |z-1| = 1$; b) $C: |z-1| = 3$.

9) $I = \int_C \frac{dz}{z(z-3)(z+1)}$, a) $C: |z| = \frac{1}{2}$; b) $C: |z| = 1, 3$; c) $C: |z| = 3\frac{1}{2}$; d) $C: |z-2| = \frac{2}{3}$.

10) $I = \int_C \frac{e^z}{z^4} dz$, $C: |z| = 1$.

11) $I = \int_C \frac{e^z}{(z-1)^2} dz$, $C: |z+1| = 3$.

12) $I = \int_C \frac{\sin^2 z}{z^2(z^2 + 4iz - 3)} dz$, a) $C: |z-i| = 1$; b) $C: |z| = 3$.

13) $I = \int_C \frac{\sin z}{(z+3)^2(z-2)^3} dz$, a) $C: |z| = 1$, b) $C: |z+i| = 3$.

SERII FOURIER

- 1) a) $f(t) = t, \quad t \in [0,1], T = 1$. Să se dezvolte în serie Fourier.
 b) $f(t) = t, \quad t \in [-1,1], T = 2$. Să se dezvolte în serie de sinusuri.
 c) $f(t) = \begin{cases} t, & t \in [0,1] \\ -t, & t \in (-1,0) \end{cases}, T = 2$. Să se dezvolte în serie de cosinusuri.
 Să se traseze graficul în fiecare din cele 3 cazuri.
- 2) Scrieți seria Fourier atașată funcției: $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2, T = 2\pi$.
- 3) Scrieți seria Fourier atașată funcției impare: $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x, T = 2\pi$.
- 4) Fie $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x$. Să se prelungească f până la o funcție periodică, pară, de perioadă $T = 2\pi$ și apoi să se dezvolte în serie Fourier trigonometrică.
- 5) Să se dezvolte în serie Fourier funcția $f(t): [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}, f(t) = \begin{cases} t+1, & t \in [0,1] \\ 2(2-t), & t \in (1,2] \\ t-2, & t \in (2,3] \end{cases}, T = 3$.
- 6) Scrieți seria Fourier asociată funcției pare: $f(x) = 2x, T = 2\pi$.
- 7) Scrieți seria Fourier asociată funcției: $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x \cos x, T = 2\pi$.
- 8) Se dă funcția pară $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, prin $f(x) = x \cos x, T = 2\pi$.
 a) Să se determine seria Fourier asociată acestei funcții pe intervalul $[0, \pi]$.
 b) Să se determine seria Fourier numai de cosinusuri asociată funcției pe intervalul $[0, \pi]$.
- 9) Scrieți seria Fourier asociată funcției: $f(t) = |\sin t|, T = \pi$.
- 10) Desenând în prealabil graficul funcției, dezvoltați în serie Fourier funcția periodică:
 $f(t) = e^{-at}, a > 0, T = \pi$.

INTEGRALA FOURIER

- 1) Reprezentați printr-o integrală Fourier funcția: $f(t) = \begin{cases} \sin t, & |t| \leq 3\pi, \\ 0, & |t| > 3\pi. \end{cases}$
- 2) Desenând în prealabil graficul, reprezentați printr-o integrală Fourier funcția:
 - a) $f(t) = \begin{cases} e^{-at}, & t \in [0,1] \\ e^{at}, & t \in [-1,0) \\ 0, & t \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \end{cases},$
 - b) $f(t) = \begin{cases} 2, & |t| < a, \\ \frac{3}{2}, & t = \pm a, \\ 0, & |t| > a. \end{cases}$
 - c) $f(t) = \begin{cases} 0, & |t| > 1, \\ -t, & t \in [-1,0] \\ t, & t \in (0,1]. \end{cases}$
 - d) $f(t) = \begin{cases} 0, & |t| \geq a, \\ \frac{t^2}{2}, & t \in (-a, 0), \\ -\frac{t^2}{2}, & t \in [0, a). \end{cases}$
 - e) $f(t) = \begin{cases} 0, & |t| \geq a, \\ t+a, & t \in (-a, 0), \\ -t+a, & t \in [0, a). \end{cases}$
 - f) $f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < a, \\ \frac{1}{2}, & t = \pm a, \\ 0, & |t| > a. \end{cases}$

TRANSFORMATĂ FOURIER

- 1) Să se rezolve ecuația integrală: $\int_0^{\infty} g(u) \cdot \cos ut \, du = \varphi(t)$, unde $\varphi(t) = \begin{cases} 1-t, & t \in (0,1] \\ 0, & t \in (1,\infty) \end{cases}$.
- 2) Să se determine funcția $f(t)$ care satisface ecuația integrală: $\int_0^{\infty} f(t) \cdot \cos ut \, du = \frac{1}{u^2 + a^2}$,
 $u \geq 0, a > 0$.
- 3) Trasând în prealabil graficul funcției $f(t) = e^{-at}$, $t \in (0, \infty)$, $a > 0$ și apoi considerând ramurile pentru cazul $f(t)$ - funcție pară și $f(t)$ - funcție impară, să se determine transformatele Fourier prin sinus și prin cosinus ale acestei funcții.

TRANSFORMATĂ LAPLACE

- 1) Să se arate că:
 - a) $\mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{p}$, b) $\mathcal{L}\{t\} = \frac{1}{p^2}$, c) $\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{p-a}$, d) $\mathcal{L}\{e^{-at}\} = \frac{1}{p+a}$,
 - e) $\mathcal{L}\{\sin t\} = \frac{1}{p^2+1}$, f) $\mathcal{L}\{\cos t\} = \frac{p}{p^2+1}$, g) $\mathcal{L}\{\sin \omega t\} = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$,
 - h) $\mathcal{L}\{\cos \omega t\} = \frac{p}{p^2+\omega^2}$, i) $\mathcal{L}\{\sinh \omega t\} = \frac{\omega}{p^2-\omega^2}$, j) $\mathcal{L}\{\cosh \omega t\} = \frac{p}{p^2-\omega^2}$,
 - k) $\mathcal{L}\{e^t\} = \frac{1}{p-1}$, l) $\mathcal{L}\{t \cdot e^t\} = \frac{1}{(p-1)^2}$, m) $\mathcal{L}\{e^{at} \cdot \sin bt\} = \frac{b}{(p-a)^2+b^2}$,
 - n) $\mathcal{L}\{e^{at} \cdot \cos bt\} = \frac{p-a}{(p-a)^2+b^2}$, o) $\mathcal{L}\{t^2 \cdot e^t\} = \frac{2}{(p-1)^3}$, p) $\mathcal{L}\{t^3 \cdot e^t\} = \frac{6}{(p-1)^4}$,
 - r) $\mathcal{L}\{t^4 \cdot e^t\} = \frac{24}{(p-1)^5}$, s) $\mathcal{L}\{t^5 \cdot e^t\} = \frac{120}{(p-1)^6}$, t) $\mathcal{L}\{(t+1) \cdot e^{2t}\} = \frac{p-1}{(p-2)^2}$.
- 2) Să se calculeze transformatele Laplace sau imaginile funcțiilor:
 - a) $f(t) = e^{2t}$, b) $f(t) = \cos 2t$, c) $f(t) = \sin 2t$.
- 3) Calculați folosind transformata Laplace:
 - a) $\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt$, b) $\int_0^{\infty} \frac{e^{at} - e^{bt}}{t} dt$, c) $\int_0^{\infty} \frac{\cos at - \cos bt}{t} dt$, d) $\int_0^{\infty} \frac{(e^{-at} - e^{-bt}) \cdot \sin \omega t}{t} dt$,
 - e) $\int_0^{\infty} \frac{(e^{at} - e^{bt}) \cdot \cos \omega t}{t} dt$, f) $\int_0^{\infty} \frac{e^{at} \cdot \sin bt}{t} dt$, g) $\int_0^{\infty} \frac{e^{-2t} \cdot \cos 3t}{t} dt$.
- 4) Determinați imaginea $F(p)$ a funcției original: $f(t) = \int_0^t e^{3x} \cdot \cos \omega x \, dx$.
- 5) Fie funcția original $f(t) = \int_0^t (\tau + 2)^2 \cdot e^{\tau} d\tau \in O$. Se cere $\mathcal{L}\{f(t)\}$.
- 6) Să se afle imaginile funcțiilor: $f(t) = e^t \sin 2t + e^{-t} \cos 4t$ și $g(t) = e^t \cos 2t + e^{-t} \sin 4t$.
- 7) Să se determine originalul funcțiilor imagine: a) $F(p) = \frac{2p^2 - 6p + 5}{p^3 - 6p^2 + 11p - 6}$,
- b) $F(p) = \frac{2\omega^2 p}{p^4 + 4\omega^4}$, c) $F(p) = \frac{p}{(p^2 + a^2)(p^2 + b^2)}$, d) $F(p) = \frac{p^2 - 3}{(p+2)(p-3)(p^2 + 2p + 5)}$.